ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO
(Anno 1896-97)

IL PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI DA ARISTOTELE A ERONE D'ALESSANDRIA

NOTA

DEL

Dott. GIOVANNI VAILATI

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1897

CAPITOLO I.

Introduzione.

Gli scritti nei quali ci è stata conservata memoria delle idee dei Greci sulla meccanica e del grado di elaborazione che raggiunsero per opera loro le teorie relative all'equilibrio, si possono, colla sola eccezione dell'Elevatore (Βαρούλκος) di Erone, che come vedremo è un'opera d'indole più pratica che teorica, dividere nettamente in due categorie, corrispondenti a due indirizzi radicalmente diversi nel modo di considerare e di risolvere le questioni di statica. Queste sembrano esser state le sole delle quali gli scrittori greci di meccanica abbiano intrapresa una trattazione generale e scientifica nel senso moderno della parola (1); poichè, per ciò che riguarda lo studio delle leggi del moto, essi sembrano essersi accontentati di grossolane descrizioni e classificazioni (2) dei fenomeni, dalle

(1) Le osservazioni sulla composizione dei movimenti che si trovano nelle opere d'Aristotele e le teorie più elaborate degli astronomi su questo stesso soggetto (cfr. in proposito la classica monografia dello SCHIAPARELLI: *Sulle sfere omocentriche d'Eudosso, Calippo, ed Aristotele*) appartengono piuttosto alla geometria che non alla meccanica propriamente detta. Alla stessa classe appartengono pure le ricerche di Archimede *Sulle spirali* basate anch'esse su considerazioni cinematiche.

(2) È forse solo per colpa dei compilatori e commentatori imperiti che queste assunsero più tardi l'aspetto e la pretensione di teorie scientifiche. È interessante a questo riguardo riavvicinare le considerazioni svolte da Aristotele, nel III libro Περὶ οὐρανοῦ, sulla distinzione fra i corpi pesanti e i leggeri, colla seguente frase con cui egli chiude la sua risposta alla 33ª delle *Questioni meccaniche,* nella quale si domanda: Perchè i corpi scagliati non continuano a muoversi indefinitamente? (Διὰ τί παύεται φερόμενα τὰ ῥιφέντα;): Ἢ ἄτοπον ταῦτ᾽ ἀπορεῖν ἀφέντα τὴν ἀρχήν;

quali non seppero assorgere neppure all'enunciazione del più elementare dei principî della dinamica: la legge d'inerzia.

Il primo dei suddetti due indirizzi è caratterizzato dalla tendenza a procedere alla determinazione delle condizioni di equilibrio esaminando direttamente, per ciascun meccanismo, le relazioni che sussistono tra i moti compatibili delle sue parti e rintracciando le analogie che presentano, da questo punto di vista, i vari ordigni a cui l'industria umana ricorre per vincere con piccoli sforzi grandi resistenze. Esso è rappresentato anzitutto dall'operetta sulle Questioni meccaniche (Μηχανικὰ Προβλήματα) attribuita ad Aristotele (1), e in secondo luogo da un altro scritto, non meno importante per la storia della meccanica, che ci è giunto solo attraverso a una compilazione latina, portante il titolo *De ponderibus*, dovuta a Giordano Nemorario, matematico del XIII secolo. L'origine greca del *De ponderibus*, sebbene non possa considerarsi come completamente accertata, è nondimeno ammessa da critici autorevoli come assai probabile (2).

Caratteri del secondo indirizzo sono invece da una parte il proposito di porre ad esclusivo fondamento della statica la considerazione dei centri di gravità, e dall'altra la preoccupazione di costruire questa scienza sul modello della geometria di Euclide esponendola sotto la forma d'una serie di teoremi concatenati ed ottenibili per deduzione da un certo numero di proposizioni fondamentali aventi lo stesso carattere di evidenza immediata che presentano gli assiomi della geometria.

Questo secondo indirizzo che fa capo ad Archimede, il quale secondo ogni probabilità ne fu il primo iniziatore, è rappresen-

---

(1) Alle questioni relative all'autenticità di questo scritto, ho già avuto occasione di accennare nella mia Nota: *Sul concetto di centro di gravità nella Statica d'Archimede* (" Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino „, (vol. XXXII).

(2) Già il Commandino nel suo commento al VIII libro delle Collezioni di Pappo ne parla come di: *Jordani opusculum de ponderibus, quamquam non Jordani sed auctoris cujusdam antiqui esse videtur.* In un codice del secolo XIV esso porta il titolo: *liber ponderum Jordani, secundum quosdam vero Euclidis* (cfr. HEIBERG's, *Literargesch. Studien über Euclid. Praefat.*, p. 11, 1882, Teubner). Secondo il Thurot invece il *de ponderibus* sarebbe stato composto con frammenti del libro di Tolomeo: Περὶ ῥοπῶν (cfr. ibid.).

tato oltrechè dalle sue opere Sull'equilibrio delle figure piane (Περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν) e sui Galleggianti (Περὶ τῶν ἐν ὕδατι ἐφισταμένων), anche dai frammenti riguardanti la Statica che si trovano raccolti nel libro ottavo della Συναγωγή di Pappo.

Il ritrovamento, dovuto all'orientalista Carra de Vaux, dell'opera di Erone dianzi citata, la cui traduzione araba giaceva dimenticata tra i manoscritti della biblioteca di Leida (alla quale era pervenuta per mezzo dell'erudito viaggiatore e matematico olandese Golius (1596-1667) (1)), pure fornendoci un documento, tanto più prezioso in quanto è unico, d'una trattazione della statica nella quale i due metodi di cui ho parlato cooperano l'uno accanto all'altro e sono promiscuamente applicati talvolta anche alla soluzione d'una stessa questione, non ha tuttavia recato alcun nuovo dato per ciò che riguarda le relazioni storiche dei due suddetti indirizzi, i quali sembrano essersi svolti con perfetta indipendenza l'uno dall'altro, sebbene sia difficile credere che essi non abbiano mai avuta alcuna influenza reciproca.

La grande importanza del contributo che la scoperta di quest'opera di Erone ha portato alle nostre cognizioni sulle teorie meccaniche dei Greci, consiste principalmente in ciò, che essa ci ha fornito la prova decisiva di un fatto di cui prima si poteva ragionevolmente dubitare, specialmente da quelli che non fossero per altra parte disposti ad accettare come di genuina provenienza greca l'opuscolo *De ponderibus,* al quale ho accennato sopra. A questi infatti era prima lecito credere che, mentre i Greci avevano spinto notevolmente innanzi la trattazione di quelle questioni di statica la cui soluzione dipendeva direttamente da considerazioni relative ai centri di gravità, si fossero invece, per ciò che riguarda tutte le altre (eccettuando

---

(1) Di una traduzione latina dell'opera di Erone che si sa esser stata fatta dal Golius, e che però non fu pubblicata, il Carra de Vaux non ha più potuto trovar traccia. Delle vicende del manoscritto arabo ho già parlato nella Nota citata avanti. Il Carra de Vaux stesso m'informa che esistono altri manoscritti arabi della *Meccanica* di Erone, oltre quello posseduto dalla Biblioteca di Leida. Il loro studio, che egli si propone di intraprendere prossimamente, potrà spander luce su alcuni punti oscuri del manoscritto di Leida, tra gli altri su quello di cui mi sono occupato nella mia Nota su Archimede, precedentemente citata.

sempre s'intende le questioni di cinematica) limitati a delle osservazioni isolate o a delle intuizioni vaghe non atte ancora a servir di base a una teoria scientifica paragonabile a quella che le opere d'Archimede ci presentano.

Ora invece si può considerare come provato che, non in una soltanto delle due direzioni che abbiamo sopra caratterizzate, ma in ambedue, essi erano proceduti tanto avanti da oltrepassare il punto dal quale i moderni, seguendo in parte le loro traccie, hanno effettivamente preso le mosse per spingersi innanzi verso la costituzione di una teoria dell'equilibrio più generale e comprensiva.

Come le investigazioni di Archimede sui centri di gravità, per quanto è possibile desumere dalle indicazioni che ci sono rimaste nelle opere che possediamo, oltrepassavano notevolmente la portata delle prime ricerche originali su tale soggetto che troviamo negli scritti del Maurolico (1494-1575) e del Commandino (1503-1575), così anche le considerazioni che Erone espone nel Βαρούλκος sulle relazioni che sussistono tra le forze che si fanno equilibrio per l'interposizione dei vari meccanismi, e gli spostamenti che possono subire i punti ai quali esse si applicano, corrispondono a uno stadio di sviluppo della statica più avanzato di quello rappresentato dalle opere di Guidobaldo del Monte (1545-1607) che è citato ordinariamente come lo scopritore del principio dei lavori virtuali (1).

È del graduale acquisto e svolgimento dei concetti e delle cognizioni che implica l'enunciazione di questo principio e delle trasformazioni e generalizzazioni che esso ha subìto successivamente dal comparire del suo primo germe nello scritto aristotelico sopra citato fino alla esplicazione quasi completa che esso trova nell'opera di Erone che io intendo occuparmi nella presente nota.

---

(1) Cfr. per es. LAGRANGE nel proemio storico alla sua *Meccanica analitica*. Più conscio dei meriti dei Greci, e specialmente di Aristotile, a questo riguardo, è invece FOURIER (Cfr. *Mémoire sur la statique contenant la demonstration du principe des vitesses virtuelles et la théorie des moments.* " Journal de l'École polytechnique ", 1798). Egli dice ivi: *Les plus anciens traités qui nous soient parvenus sur la Mécanique rationnelle sont ceux d'Aristote. Ils ont été loués sans mesure par ses commentateurs et depuis negligés sans examen. Le philosophe paraît avoir connu les principes les plus importants de la mécanique.*

Capitolo II.

Le Questioni meccaniche (Μηχανικὰ Προβλήματα) di Aristotele.

Prima di passare all'esame di quei passi del libro Μηχανικὰ Προβλήματα, che hanno rapporto all'argomento che prendo a trattare, gioverà premettere qualche osservazione sul contenuto dell'opera e qualche schiarimento sul significato delle locuzioni di cui in essa è fatto uso. Il libro è dedicato all'enunciazione e alla discussione di una quarantina di problemi i quali, ad eccezione di pochissimi, si riferiscono a questioni di statica e sono per lo più del seguente tipo:

Qual è la ragione (αἰτία, ἀρχή) *per cui, col mezzo del tale o tale altro strumento, l'uomo riesce a superare con piccolo sforzo grandi resistenze?*

La risposta che vien data a questa domanda consiste ordinariamente nell'identificare le varie parti dell'ordigno in questione cogli elementi di una o più leve al cui funzionamento viene ridotto il modo d'agire dell'ordigno stesso. Questa *riduzione alla leva* è considerata quasi uno stadio indispensabile pel quale bisogna passare per poter rendersi conto del vantaggio che presenta l'impiego degli strumenti più complicati (πάντὰ σχεδὸν τὰ περὶ τὰς κινήσεις τὰς μηχανικὰς εἰς τὸν μοχλόν [ἀνάγεται]). Μηχ. Πρ.

Il principio della leva, oltre ad esser formulato in modo chiaro e preciso, viene naturalmente, per effetto, e direi quasi sotto la pressione, delle molteplici esigenze a cui per l'indole stessa della trattazione è assoggettato, ad assumere nel corso dell'esposizione una forma sotto la quale esso differisce assai poco da quello che si chiama ora il principio dei *momenti statici*.

Per veder bene come ciò avvenga, occorre dir qualche cosa sui termini che figurano nella sua enunciazione. Anzitutto è da notare che il concetto che Aristotele annette alla parola *forza* (δύναμις, ἰσχύς) non corrisponde perfettamente al significato che ha assunto questa parola nella statica moderna.

La differenza si può brevemente indicare dicendo che da Aristotele le forze non sono ancora distintamente concepite come

grandezze *vettoriali*, e sono invece considerate puramente sotto l'aspetto di grandezze *scalari* (1). In altre parole egli le paragona tra loro sopratutto in riguardo alla loro intensità, e manca perfino d'un termine che serva a distinguere l'una dall'altra due forze, che non differiscano che per la sola direzione.

Il suo concetto di *forza* è informato, coscientemente o no, a quello dello sforzo muscolare umano, ed egli non riesce a far completamente astrazione dalle proprietà che si riferiscono a questo caso speciale. Così, per esempio, allo stesso modo che, quando si parla della " *forza* „ d'un uomo o d'un animale, ognuno intende che si parli del *massimo* sforzo che esso può esercitare, così, quando Aristotele accenna alla direzione secondo cui agisce una forza applicata a un determinato punto d'un meccanismo, egli intende sempre riferirsi alla direzione che la forza di cui si tratta *deve* avere onde essa riesca quanto più è possibile efficace, il che pel caso che il sistema abbia un sol grado di libertà, equivale a supporre tacitamente che la forza abbia la direzione degli spostamenti possibili del punto a cui essa è applicata.

In tal modo quando egli, dopo esser passato dal caso della *leva* (μοχλός, colla qual parola egli intende designare semplicemente un'asta rigida mobile intorno a un suo punto) al caso più generale d'un disco girevole intorno al suo asse, considera delle forze applicate a diversi punti dei cerchi concentrici che imagina tracciati sul disco stesso, egli le suppone sempre dirette tangenzialmente a quelli dei suddetti circoli che passano pei loro rispettivi punti d'applicazione, e adopera la frase: " *circolo secondo cui agisce o a cui è applicata una forza* „ per designare quello dei detti circoli che è tangente alla linea d'azione della forza stessa (2).

---

(1) È naturale quindi che a lui, che pure aveva un concetto così chiaro della composizione dei movimenti (Μηχ. Προβλ., 23) e delle velocità (ib., 1°), non si presentasse neppure il problema della composizione di due forze, di diversa direzione, applicate a uno stesso punto. La stessa osservazione si applica anche ad Archimede. Nelle opere meccaniche di quest'ultimo, che si riferiscono tutte all'equilibrio dei *pesi*, della parola *forza* (ἰσχύς, δύναμις) non si fa mai uso.

(2) Di locuzioni analoghe fa talvolta uso anche Galileo. Per esempio la seguente frase (che si trova nel libro *Della scienza meccanica e delle utilità*

Passerò ora a citare alcuni tra i brani che si riferiscono alla spiegazione che Aristotele dà del principio della leva nei quali cioè, per adoperare la sua frase, vengono assegnate le cause da cui dipende il fatto che le forze, applicate ai vari punti del disco considerato avanti, possiedono a parità d'intensità tanta maggior efficacia (ῥοπή) quanto più grandi sono i raggi dei circoli secondo i quali esse agiscono.

Verso la fine del primo capitolo, dopo aver appunto notato come le proprietà dei meccanismi che egli prende a considerare dipendano dalla presenza in essi di parti girevoli intorno ad assi o (pel caso di movimento in un piano) a punti fissi, Aristotele attribuisce questa dipendenza alla circostanza che, nei movimenti di rotazione, i punti d'una retta qualunque passante pel punto o per l'asse fisso sono costretti a muoversi tutti con diversa velocità (διὰ τὸ μιᾶς οὔσης τῆς ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῆς μηθὲν ἕτερον ἑτέρῳ φέρεσθαι τῶν σημείων τῶν ἐν αυτῇ ἰσοταχῶς ἀλλ' ἀεὶ τὸ τοῦ μένοντος πέρατος πoῤῥώτερον ὂν, θᾶττον, πολλὰ τῶν θαυμαζομένων συμβάινει περὶ τὰς κινήσεις τῶν κύκλων).

Lo stesso concetto è poi da lui nuovamente espresso sotto forma alquanto più definita nel capitolo seguente, nel quale, parlando appunto delle forze applicate ai vari punti del disco del quale ho detto avanti, indica espressamente come causa della loro maggiore o minor capacità a vincere le resistenze che si oppongono al movimento del disco stesso, le diverse velocità colle quali si muovono i punti dei circoli concentrici ai quali esse sono applicate (ἐν τῷ κύκλῳ ἡ πλεῖον ἀφεστηκυῖα γραμμὴ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγὺς τῆς αυτῆς ἰσχυὶ κινουμένης θᾶττον φέρεται τῆς ελάσσονος). Cap. I.

Più innanzi poi, nel capitolo III, dopo aver enunciata la condizione d'equilibrio per una bilancia a braccia disuguali, offre, come sufficiente spiegazione del modo d'agire di questa, la considerazione che, quando l'enunciata condizione d'equilibrio è verificata, i due gravi appesi subiscono, per ogni data inclina-

---

che si traggono dagli strumenti di quella): " ... *ma se nella medesima circonferenza fosse applicata forza animata, la quale avesse momento di far impeto per tutti i versi, potria far l'effetto costituita in qualsivoglia luogo di detta circonferenza* ", è prettamente aristotelica tanto nel concetto quanto nella forma.

zione del giogo, variazioni di livello direttamente proporzionali alle distanze dei loro punti di sospensione del fulcro (Αἰεὶ δὲ ὅσῳ ἂν μεῖζον ἀφεστήκοι τοῦ ὑπομοχλίου ῥᾷον κινήσει. Αἰτία δέ ἐστιν ἡ προλεχθεῖσα ὅτι ἡ πλεῖον ἀπέχουσα ἐκ τοῦ κέντρου μείζονα κύκλον γράφει· ὥστε ἀπὸ τῆς αυτῆς ἰσχύος πλέον μεταστήσεται τὸ κινοῦν (βάρος) τὸ πλεῖον τοῦ υπομοχλίου ἀπέχον).

E la medesima osservazione è poi ripetuta a proposito del verricello (θᾶττον δὲ κινοῦνται καὶ πλέον ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἰσχύος αἱ τῶν μειζόνων κύκλων ἢ αἱ τῶν ελαττόνων. Ὑπὸ τῆς αὐτῆς γὰρ ἰσχύος μεῖζον μεθίσταται τὸ ἄκρον τό πορρώτερον τοῦ κέντρου). Cap. XIII.

Sarebbe affatto superfluo far seguire a questi passi tutti gli altri nei quali la stessa idea è espressa, nei quali cioè, sotto forme diverse, si afferma che condizione necessaria e sufficiente, perchè delle grandi resistenze possano essere vinte da piccole forze, è che il meccanismo sia costrutto in modo che, a un dato spostamento di quello dei suoi punti a cui la forza è applicata (intesa sempre diretta secondo lo spostamento), corrisponda un minor cammino di quell'altro punto al cui moto si oppone l'ostacolo che si vuol superare. È importante però notare come alcuni di essi si prestino a esser mal interpretati a causa d'una ambiguità che presenta la lingua greca, ambiguità che del resto si potrebbe riguardare come un documento glottologico della primordialità della credenza a una connessione, tra le diverse velocità compatibili dei vari punti le cui posizioni dipendano le une dalle altre, e la diversa facilità colla quale i punti stessi possono esser mossi, a parità di altre condizioni. La parola θᾶττον, il cui significato proprio sarebbe " più velocemente ", è pure la parola di cui ordinariamente si fa uso per indicare le altre idee affatto diverse: con maggior facilità, con minor fatica (1). È facile ora capire come, ogniqualvolta la suddetta parola è adoperata, senza che risulti chiaramente dal contesto in quale dei due sensi essa va intesa,

---

(1) Di uno scambio di significato analogo abbiamo anche noi un esempio nella parola *piuttosto* (più tosto, plutôt), che perdendo il significato originario di " *più presto* " è passato a significare, non solo " *più volentieri* ", ma talvolta anche " *più facilmente* " specialmente nel senso di " *più probabilmente* " (per es. nelle frasi: *credo piuttosto che la tal cosa non sia avvenuta,* o *pioverà piuttosto domani che non questa sera,* ecc.).

nelle frasi che si riferiscono alla questione di cui parliamo, queste, a seconda dell'interpretazione che si dà ad essa, passano, dal significare qualche cosa d'importante, a essere dei semplici truisms.

La conclusione che si può trarre dai brani che ho citati mi sembra si possa riassumere dicendo che nello scritto di cui parliamo, il principio dei lavori virtuali è enunciato, od applicato, pel caso speciale di due forze agenti su punti d'un sistema avente un sol grado di libertà e nell'ipotesi che le forze siano dirette tangenzialmente alle traiettorie dei loro punti d'applicazione.

A caratterizzare ancor meglio l'importanza storica e l'effettivo valore scientifico delle idee che si trovano espresse nei brani che abbiamo citato, più che qualsiasi commento o discussione credo potranno giovare alcune osservazioni riferentisi all'attitudine assunta verso di esse da alcuni dei più eminenti tra i fondatori della meccanica moderna, osservazioni che per quanto interessanti per la storia della meccanica, non furono, a quanto io so, ancora fatte da alcuno.

In una delle opere che diedero maggior impulso ai progressi della meccanica, prima di Galileo, la *Statica* di Simone Stevinus (1), si trova un capitolo che porta il titolo: Appendice où sont inserées les erreurs en matière de pesanteur, nel quale Stevinus, alludendo ai passi sopracitati di Aristotile, si esprime nel seguente modo:

La raison pourquoy les pesanteurs égales suspendues ès rayons égaux sont équilibres est cogneue par commune sentence, mais non pas la cause de l'équilibration des pesanteurs inégales ès rayons inégaux proportionaux à icelles laquelle cause ayant été recherchée par les anciens ils ont estimé qu'elle estoit cachée sous la description

---

(1) Di quest'opera che fu per la prima volta pubblicata in olandese col titolo *Beghinselen der Weegkonst* (Leida 1585) e in seguito in latino dallo Snellius nell'edizione da lui curata delle opere di Stevin (*Stevini Hypomnemata mathematica,* Leida 1608), non mi è stato possibile di consultare che la traduzione francese del Girard (nelle *Œuvres mathématiques de S. Stevin augmentées par* A. GIRARD, Leyda, Elsevier, 1634), alla quale quindi mi riferisco nelle citazioni.

des circonférences descrites par les extrémités des rayons, comme il se voit en Aristote en ses Méchaniques et ses sectateurs. Ce que nous nions par cette raison:

(E) (1) Ce qui demeure coy estant suspendu ne descrit aucune circonférence.

(A) Deux pesanteurs suspendues en équilibre sont coyes.

(E) Deux pesanteurs pendues en équilibre ne décrivent aucune circonférence; et partant il n'ya aucune circonférence. Mais où il n'ya pas circonférence elle ne sera pas cause de ce qui advient; ainsi donc la circonférence n'est pas la cause de l'équilibration.

Non occorre rifletter molto su questa argomentazione di Stevin per accorgersi che l'obbiezione che con essa si solleva contro i ragionamenti di Aristotile, obbiezione basata essenzialmente sull'apparente assurdità che implica il considerare l'equilibrio come dipendente dal sussistere di condizioni che non possono effettivamente realizzarsi se non quando l'equilibrio cessa di sussistere, qualunque possa essere il suo valore, non è nè più nè meno che un'obbiezione contro il principio dei lavori virtuali e contro qualsiasi trattazione della statica in cui esso figuri come l'enunciazione d'una proprietà generale dell'equilibrio, non riducibile ad altre per mezzo di dimostrazione.

Ci è stata del resto conservata notizia di obbiezioni di questo genere sollevate contro il principio dei lavori virtuali da quelli, come per esempio Varignon, che vedevano in esso più un criterio per riconoscere in quali casi l'equilibrio ha luogo e in quali no, che non un principio atto a spiegare come e perchè esso abbia luogo e non mancano accenni alla medesima difficoltà anche negli scritti di alcuni tra gli scienziati che più contribuirono a fargli assumere il posto dominante che

---

(1) Non si può non riconoscere un certo grado di ironia nell'esposizione che fa Stevinus della sua argomentazione sotto la forma di un sillogismo schematizzato secondo le regole degli scolastici, senza omettere le lettere A, E, delle quali essi, come è noto, si servivano per designare rispettivamente le proposizioni universali-affermative e universali-negative.

esso occupa nella meccanica moderna: basti citare Guidubaldo e Cartesio (1).

È però notevole il fatto che di scrupoli di questo genere, forse perchè essi sono tali che non si possono presentare se non a chi concepisca la ricerca delle cause dell'equilibrio come qualche cosa di più, o per lo meno di diverso, dalla ricerca delle sue leggi, non si trova traccia in Galileo il quale può esser considerato come il primo tra i moderni che a questo riguardo si sia collocato al punto di vista di Aristotile e abbia spinto avanti la scienza nella direzione da esso indicata.

La spiegazione che Galileo dà del modo d'agire della leva, nell'operetta *Della scienza meccanica* che ho già citato avanti, differisce assai poco da quella che si trova nel Μηχαν. Προβλ., e quando egli critica il paragone che Aristotile istituisce tra la leva e le bilancie a braccia disuguali, colle quali i venditori fraudolenti estorcono più danaro al compratore di quello che compete alla merce che essi gli forniscono, egli sa benissimo che le sue critiche sono rivolte non tanto contro l'opinione espressa da Aristotile quanto piuttosto contro la forma sotto la quale egli la esprime.

Egli è perfettamente conscio che, quando Aristotile parla di frode fatta dall'uomo alla natura per mezzo della leva, egli non ha di mira che il confronto tra le forze adoperate e le forze vinte, e che è solo col sostituire alla considerazione della merce contemplata da Aristotile quella di un'altra merce (il lavoro) che si riesce a concepire l'effetto ottenuto impiegando la macchina come equivalente al corrispondente dispendio di energia da parte del motore. Galileo del resto non manca di far notare che il dire che questa equivalenza si verifica, è solo esprimere sotto altra forma quanto è ripetutamente asserito da Aristotile (2), il cui torto a questo

(1) *Si causam majoris effectus ponderis ex spatio esse dixeris, nihil aliud quam rem ita fieri, non, quam ob causam, seu cur, ita fiet, dices* (Cartesii, *Epist.*, Amstelodami 1683, 2, III, pp. 45).

(2) Ecco le parole di Galileo (cfr. *Lettera al Granduca Cosimo intorno alle cose che stanno in sull'acqua*): " Il secondo principio è che il momento e la forza della gravità venga accresciuto dalla velocità del moto sicchè pesi assolutamente uguali, ma congiunti con velocità disuguali, siano di

riguardo è tutt'al più quello di non avere introdotto un nome speciale per designare il prodotto della forza per lo spostamento che subisce, nella sua direzione, il punto a cui essa è applicata (1).

Capitolo III.

Il frammento *de ponderibus*.

Passerò ora a parlare del secondo degli scritti che mi sono proposto di esaminare, cioè del libro *de ponderibus,* nel quale l'intento di costituire una teoria dell'equilibrio, basata unicamente sulla considerazione dei movimenti compatibili dei punti a cui le forze sono applicate, si afferma sotto forma ancor più definita e nel quale il corrispondente metodo di risolvere i problemi di statica acquista una portata e una generalità notevolmente maggiori di quelle che esso ha nello scritto di cui ho parlato sin qui.

Le notevoli analogie che il libro *de ponderibus* presenta con quest'ultimo, tanto pel contenuto come per la forma, aggiunte al fatto che neppure in esso si fa parola di centri di gravità, mi consigliano di premetterne l'esame a quello dell'opera di Erone, della quale mi riservo di parlare in ultimo luogo. Con ciò non intendo affatto pregiudicare la questione cronologica, sulla quale disparatissimi pareri sono espressi da filologi ugualmente competenti.

---

forza, momento e virtù disuguale, e più potente il più veloce secondo la proporzione della velocità sua a quella dell'altro. *Tale ragguagliamento tra la gravità e la velocità si ritrova in tutti gli strumenti meccanici e fu considerato da Aristotele come principio nelle sue Questioni meccaniche* „.

(1) La parola energia (ἐνεργεία) è adoperata da Aristotele come termine tecnico, in opposizione a δύναμις (forza, facoltà), per designare, in generale, il contrasto tra l'*esercizio* d'una data facoltà e il *possesso* della facoltà stessa. Gli scolastici traducono la prima con *actus* o *actio*, la seconda con *virtus* o *potentia* e indicano lo stesso contrasto colle parole *actualis* e *virtualis* (o *potentialis*). In un notevole passo del Περὶ οὐρανοῦ (IV, 1°) la distinzione tra la δύναμις, corrispondente al fatto che un grave sospeso *potrebbe cadere,* e l'ἐνεργεία, corrispondente alla sua effettiva caduta, è illustrata per mezzo del paragone di un focolare in cui le brace covino sotto la cenere (Ζώπυρ' ἄττα κινήσεως).

La differenza caratteristica tra la trattazione di Aristotile e quella rappresentata dal *de ponderibus* consiste essenzialmente in ciò che mentre nella prima gli effetti della direzione delle forze, rispetto agli spostamenti che possono subire i loro punti d'applicazione, non sono mai, come abbiamo visto, contemplati esplicitamente, qui essi invece sono fatti oggetto principale di considerazione. Una conseguenza di ciò è anzitutto che la leva perde il privilegio, di cui godeva in Aristotile, di figurare come la macchina elementare per eccellenza, ed è soppiantata sotto questo riguardo dal piano inclinato.

Qualche esempio servirà a chiarire come questo avvenga.

In una delle prime proposizioni del *de ponderibus* si asserisce che quando un grave è appeso da un punto d'una leva, la forza che occorre applicare a un altro punto determinato della leva stessa [in direzione perpendicolare al braccio] per sollevare il grave, è tanto minore quanto più la leva è inclinata all'orizzonte.

La spiegazione che si dà di tal fatto è la seguente: che il corpo sostenuto dal braccio della leva può considerarsi come adagiato su una linea (cioè sulla circonferenza che esso è obbligato a percorrere), la cui direzione fa angolo tanto maggiore colla direzione del peso quanto più il braccio della leva si discosta dalla posizione orizzontale, di modo che il grave si trova nelle stesse condizioni in cui si troverebbe se fosse adagiato su una serie di piani sempre meno inclinati (levius est pondus quia obliquior est descensus).

E allo stesso modo, del fatto, asserito in una proposizione successiva, che due gravi egualmente pesanti, pendenti dagli estremi d'una leva ad angolo a braccia disuguali, stanno in equilibrio se i detti estremi vengono a trovarsi su due verticali simmetricamente disposte rispetto al fulcro, vien data ragione dicendo che, in tal caso, al vantaggio che l'un peso avrebbe sull'altro pel fatto di essere appeso al braccio più lungo, si contrappone lo svantaggio proveniente dalla maggiore inclinazione, che tale braccio deve avere, onde il suo estremo non si discosti, dalla verticale passante pel fulcro, più di quanto si discosta l'estremo del braccio minore.

Non è però solo di asserzioni vaghe sulla dipendenza tra

l'angolo che fa colla verticale il piano, a cui un grave si appoggia, e la forza richiesta per impedire la sua caduta, che si accontenta l'autore del *de ponderibus*.

La condizione d'equilibrio dei gravi appoggiati a piani inclinati è da lui enunciata sotto forma non meno precisa di quella sotto la quale essa si presenta nella statica di Stevin.

Prima di citare il più importante dei passi nei quali figura tale enunciazione, gioverà dedicare qualche considerazione alle sette proposizioni fondamentali (suppositiones) che sono poste in testa alla trattazione.

Di queste solo quattro hanno veramente il carattere di assiomi, le altre essendo delle semplici definizioni o schiarimenti sul significato dei termini di cui si fa uso nelle rimanenti. Così in una di esse si dichiara che di due linee una si dovrà dire più obliqua dell'altra se proiettando sulla verticale un tratto della prima si ottiene un segmento minore di quello che si avrebbe proiettando pure sulla verticale un tratto, di egual lunghezza, posto sull'altra (obliquiorem descensum in eadem quantitate minus capere de directo) (1).

In un'altra invece è indicato il significato della frase gravitas secundum situm (in opposizione a gravitas simpliciter) come segue:

Minus grave aliud alio esse secundum situm quando descensus alterius consequitur contrario motu.

La qual proposizione, di cui del resto il senso è abbastanza chiaro, è così parafrasata da Tartaglia: Quel corpo esser men grave d'un altro secondo el sito over loco quando che per il descenso di quello altro, nell'altro brazzo della libra, in lui seguita il moto contrario, cioè che da lui viene elevato in suso verso il cielo (2), chiaramente in un altro passo: Un corpo

---

(1) Nelle citazioni, salvo indicazioni in contrario mi riferisco alla più antica edizione del *de ponderibus* cioè a quella pubblicata da Pietro Apiano (1495-1552) a Norimberga (1533). Cfr. Cantor, " Geschichte d. Mathem. ", Vol. II, pag. 55.

(2) Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse* (Venezia, 1554), pag. 78-98 (Dialogo col Señor Don Diego Hurtado de Mendoza, ambasciador cesareo in Venetia). Tartaglia riproduce ivi la serie di preposizioni del *de ponde-*

si dice esser più grave over men grave di un altro secondo il loco over sito, quando che la qualità del loco dove lui si riposa et giace lo fa essere più grave dell'altro ancorchè siano ambidue semplicemente uguali in gravità.

Delle quattro proposizioni poi che rappresentano effettivamente i postulati sui quali si basa tutto l'apparato dimostrativo del *de ponderibus,* la prima è la seguente:

Omnis ponderosi motum esse ad medium. Tartaglia traduce: Addimandamo che ne sia concesso che il movimento naturale de ogni corpo ponderoso e grave sia rettamente verso il centro del mondo.

Nelle altre tre invece, che sono le più meritevoli d'attenzione dal nostro punto di vista, si asserisce, sotto tre forme solo verbalmente diverse, la dipendenza tra ciò che si definì come la " gravitas secundum situm „ d'un corpo di peso dato, e l'obliquità (definita come sopra) della linea sulla quale deve muoversi un punto al quale esso sia sospeso. Esse sono le seguenti:

1) Secundum situm gravius esse cujus in eodem situ minus obliquus est descensus (Tartaglia traduce: Quel corpo esser più grave, che, nel suo sito, over loco ove si riposa e giace, ha il descenso manco obliquo).

2) [Secundum situm] gravius esse in descendendo quanto ejusdem motus ad medium rectior (Tartaglia traduce: Un corpo grave essere nel descendere tanto più grave quanto chè il moto di quello è più retto verso il centro del mondo) (1).

---

ribus senza mai citare Nemorario; il che, qualora si tenga conto che l'opuscolo del Nemorario era abbastanza divulgato, servendo perfino come testo nelle scuole (in seguito alle opere d'Aristotele) sembra confermare l'idea che esso fosse ritenuto più un manuale compilato su scritti anteriori che non un'opera in cui si esponessero dei risultati nuovi ottenuti dal Nemorario stesso e che prima non fossero di dominio comune.

(1) Nella prima carta, conservata nella R. Accademia di Venezia, di un trattato perduto di Leonardo da Vinci, relativo alla meccanica, si trova espresso lo stesso concetto sotto identica forma: *Quanto il grave si moverà per linia più vicina alla centrale, tanto si dimostrerà di maggior gravezza* (Cfr. UZIELLI, *Ricerche su Leonardo da Vinci*, Serie II, Roma, Salviucci, 1884).

3) Quod gravius est, velocius descendere (Tartaglia traduce: Quel corpo che è di maggior potentia di scendere più velocemente).

Che anche quest'ultima frase vada interpretata nel modo che ho indicato e non deva essere intesa nel senso che due gravi liberi cadano con velocità proporzionali ai loro pesi (come essa sembra voler dire se si consideri isolata dal contesto e senza aver presente il concetto sopra definito di gravitas secundum situm) è posto affatto fuori di dubbio dall'uso che di essa si fa nelle successive dimostrazioni.

Ne vedremo ora subito una prova negli schiarimenti che, tanto nell'edizione dell'Apianus come in quella del Tartaglia, si trovano soggiunti all'enunciazione della seguente proposizione, nella quale la dipendenza tra i pesi di due gravi che si fanno equilibrio e le loro rispettive rapidità di discesa (velocitates descendendi proprie), è formulata in modo più definito e preciso:

Inter quaelibet duo gravia est velocitatis descendendi proprie et ponderum eodem ordine sumpta proportio.

Nel commento edito dall'Apiano si osserva esplicitamente che qui non si parla del moto di gravi liberamente cadenti (non de motu gravis relicti propriae naturae) ma del moto d'un grave appeso all'estremo d'un'asta girevole dal cui altro estremo penda un altro grave (sed de motu gravis in aequilibri cum resistentia gravis positi in alio brachio aequilibris).

Parimenti Tartaglia trova necessario di render più chiaro l'enunciato della proposizione sopracitata, traducendola così: Se saranno due corpi semplicemente uguali in gravità ma ineguali per vigor del sito over positione, la proportione della lor potentia et quella della lor velocità sarà una medesima, e per evitare ogni ambiguità cita subito l'esempio d'una libra a braccia disuguali.

Passerò ora a citare il passo al quale ho già sopra alluso e nel quale si trova enunciata la condizione d'equilibrio dei gravi sostenuti da piani inclinati. Esso figura nell'edizione di Tartaglia come la decima delle 43 proposizioni che nel libro sono commentate o dimostrate:

(Questione X). Se due gravi discendono per linee (rette) diversamente inclinate all'orizzonte e il rapporto dei loro pesi è uguale al rapporto delle " declinazioni „ delle linee corrispondenti, eguale sarà pure l'impeto dei due gravi a discendere. Per rapporto delle loro declinazioni intendo non il rapporto degli angoli che esse fanno colla verticale, ma il rapporto tra due segmenti posti sulle dette linee presi in modo che le loro proiezioni sulla verticale siano uguali (1).

E come spiegazione di tal fatto è introdotta la considerazione di due gravi collegati fra loro da un filo e appoggiati rispettivamente a due rette concorrenti e diversamente inclinate sulla verticale, pel qual caso si osserva che il verificarsi della condizione enunciata ha per effetto che a tratti simultaneamente percorsi dai gravi, sulle rette a cui s'appoggiano, corrispondono variazioni di livello da parte dei punti ai quali i gravi stessi sono applicati, inversamente proporzionali ai loro pesi rispettivi. Il qual ragionamento suppone implicitamente che si riconosca, come circostanza determinatrice dell'equilibrio,

---

(1) *Si per diversarum obliquitatum vias duo pondera descendant, fiantque declinationum et ponderum una proportio, eodem ordine sumpta, una erit utriusque virtus in descendendo; proportio igitur declinationum dico non angulorum sed linearum ad aequedistantem resecationem in qua aequaliter sumunt de directo*. Cfr. *Jordani opusculum de ponderositate, Nicolai Tartaleae Studio correctum* (Venezia, 1565), pag. 7. Questa edizione del *de ponderibus*, pubblicata solo dopo la morte del Tartaglia, da Curzio Troiano, è assai più completa di quella dell'Apiano, contenendo 43 proposizioni, invece delle 13 contenute in quest'ultima. Le due redazioni differiscono notevolmente, anche nella parte comune, per ciò che riguarda le *dimostrazioni* (meglio commenti) che seguono agli enunciati delle proposizioni.

Il citare, come si fa ordinariamente, Stevin (1548-1620) come scopritore della condizione dell'equilibrio sul piano inclinato, è un errore dovuto alla stessa causa per cui si cita Archimede come scopritore della condizione di equilibrio della leva (V. mia nota *Sulla nozione di centro di gravità in Archimede* a pag. 17).

L'uso della denominazione " *più grave* „ per designare quello di due gravi *d'egual peso* che per ragione dei vincoli è atto a sollevare l'altro colla propria caduta, è frequente anche in *Leonardo da Vinci*. Ho riscontrato nel *Codice Atlantico* un passo nel quale Leonardo a proposito del piano inclinato dice: *quel peso è più grave che discende per linea manco obbliqua*.

l'eguaglianza tra i prodotti del peso di ciascuno dei due gravi per le variazioni di livello che subirebbero rispettivamente i punti ai quali essi sono direttamente applicati, in corrispondenza a uno scorrimento del filo che li collega.

Anche la dimostrazione che è data (nella Questione VIII: Si fuerint brachia librae proportionalia ponderibus appensorum, ita ut in breviori gravius appendatur aeque gravia erunt secumdum situm) del principio della leva, si basa esclusivamente su questo stesso principio. Essa si riduce in sostanza a determinare, per mezzo di elementari considerazioni geometriche, che relazione deva sussistere tra i pesi dei gravi che pendono agli estremi della leva e la lunghezza delle due braccia di questa, perchè i detti due pesi e i movimenti compatibili dei punti, da cui essi pendono, soddisfino alla stessa condizione che è stata enunciata pel caso del piano inclinato (1).

A proposito della leva val la pena di citare come un esempio caratteristico e singolare della tendenza dell'autore del *de ponderibus* a imperniare e far gravare tutte le sue argomentazioni sulle suddette considerazioni relative agli spostamenti virtuali, ad esclusione di qualunque altro principio per quanto intuitivamente evidente, il fatto che egli, nella Questione IV si propone come un teorema da dimostrare questo: che se due gravi appesi a una bilancia si fanno equilibrio, esso non viene turbato da variazioni sulla lunghezza dai fili da cui i gravi sono sospesi (2), il che egli dimostra col far rilevare che le variazioni di livello che subiscono gli estremi inferiori dei fili a cui i gravi sono appesi non dipendono dalla lunghezza dei fili stessi.

Per trovare un'altra opera nella quale si verifichi un accentramento così assoluto e, direi quasi, un assoggettamento così

---

(1) " In aequilibra *bacd*, centrum sit *a*, *g* pondus, in situ *c*, se habet " ad pondus *g*, in situ *d*, secundum proportionem totius descensus " quem potest habere in situ *c*, ad totum descensum quem " potest habere in situ *d* ...idest secundum proportionem *ca* ad *da* " (Cfr. il commento alla prop. I).

(2) *Quum fuerint appensorum pondera aequalia non faciet nutum in aequilibrio appendiculorum inaequalitas... quia aeque obliquus descensus.* Jordani, *de ponder.*, pag. 7.

dispotico di tutta la statica al principio dei momenti virtuali (per quanto parzialmente e imperfettamente concepito) e in cui all'intuizione diretta (della quale si fa tanto largamente uso nella trattazione di Archimede) sia così rigorosamente negato qualsiasi intervento e qualunque iniziativa, bisogna venire fino a Cartesio, la cui operetta che porta il titolo: *Explicatio machinarum atque instrumentorum quorum ope gravissima quaeque pondera sublevantur,* costituisce il primo tentativo che sia stato posteriormente fatto di costruire l'intero edificio della statica sul piano che fu poi condotto a termine nella *Meccanica analitica* di Lagrange (1).

Capitolo IV.

L'Elevatore (Βαρούλκος) di Erone.

Mentre i due scritti che abbiamo precedentemente esaminati possono considerarsi come contenenti una trattazione, o più precisamente dei frammenti d'una trattazione, della Statica, da un punto di vista puramente teorico e speculativo, il libro di Erone, di cui ora passiamo a parlare, ci si presenta come un'opera d'indole essenzialmente pratica (2).

---

(1) *Machinarum harum omnium inventio unico tantum principio innititur, quod, nimirum, iisdem viribus quibus pondus v. g. 100 librarum in duorum pedum altitudinem attolli potest, iisdem, inquam, aliud quoque 200 librarum in unius pedis altitudinem possit elevari* (Cartesii, *Explicatio*, ecc., p. 13).

(2) Della portata che questa circostanza ha sulla questione dell'autenticità sia del Βαρούλκος che delle altre opere o frammenti pure tutti di indole pratica (Πνευματικὰ, περὶ αυτομάτων, περὶ διοπτρας, βελοποιϊκα) attribuite ad Erone, così giudica Hultsch (" Literarisches Centralblatt ", 14 april 1894): *Die bis auf unsere Zeit gekommene Heronischen Texte sind echt in so fern sie den Autornamen und in der Hauptsache auch die ursprüngliche Anlage und Gestaltung der Heronischen Werken bewahrt haben, unecht aber in so fern als sie im stetigem Dienste der Praxis zu widerholten Malen neu aufgelegt und dabei je nach den Zeitbedürfnissen überarbeitet worden sind.* Occorre inoltre non dimenticare che di interpolazioni di questo genere sono state trovate traccie anche negli scritti geometrici di Erone (Cfr. Cantor, " Zeitsch. für Math. und Phys. ", B. 40).

Essa era essenzialmente destinata a raccogliere e ad esporre sotto forma ordinata e compatta l'insieme di quelle cognizioni sull'equilibrio che l'autore riteneva suscettibili di utili applicazioni (specialmente all'arte del costruire) e necessarie a conoscersi da quelli che di tali applicazioni intendessero occuparsi professionalmente.

Questo carattere si manifesta non solo nella scelta degli argomenti trattati (alcuni dei quali non hanno veramente altra relazione col soggetto principale dell'opera tranne quella di offrir materia d'interesse a quelle stesse persone pel cui vantaggio è scritto il resto di essa), ma anche nell'indifferenza, colla quale l'autore si colloca successivamente all'uno o all'altro dei due punti di vista, che, come vedemmo, corrispondono a due indirizzi radicalmente diversi nelle speculazioni dei Greci sulla Statica, servendosi ora dell'uno ora dell'altro dei corrispondenti metodi di trattazione secondo che l'uno o l'altro conduce più prontamente alla soluzione delle questioni speciali che viene trattando.

Omettendo di prendere in considerazione quelle parti del libro il cui contenuto non ha rapporto all'argomento di cui ora mi occupo, esaminerò anzitutto il capitolo 1° del Libro II (1) in cui si trova la descrizione e la spiegazione del modo d'agire delle 5 macchine semplici (ε' δυνάμεις) cioè il verricello (ἄξων ἐν περιτροχίῳ), la leva (μοχλός), le taglie (πολύσπαστον), il cuneo (σφήν) e la vite ([ὅ καλούμενος ἄπειρος] κοχλίας) (2).

Sebbene Erone dichiari ripetutamente nel corso dell'opera (cfr. L. II, 1°, 1 ; 2°, 7 ; 3°, 20) che del modo d'agire di tali macchine, apparentemente tanto diverse, si può dare una spie-

---

(1) Mi riferisco sempre alla divisione in capitoli adottata dal Carra de Vaux (" Journal Asiatique ", 1893, Vol. 1° e 2°).

(2) È alquanto strano il fatto che mentre una parte considerevole di questo capitolo ci è stata conservata da Pappo (Συναγωγή, VIII), questi ha ommesso di trasmetterci la parte più interessante, dal punto di vista teorico, dell'esposizione di Erone, quella cioè che è dedicata alla ricerca delle *cause* dell'efficacia delle suddette macchine semplici. All'esistenza di questa trattazione, che nel testo di Erone viene subito in seguito ai brani riportati da Pappo, questi accenna esplicitamente oltre a riportare dei passi di Erone in cui si allude ad essa.

gazione basata su un unico principio (1), pure le considerazioni che egli applica effettivamente per rendersi conto delle relazioni tra le forze adoperate e gli effetti che si ottengono, servendosi di ciascuna di esse, si possono riferire a tre tipi completamente distinti.

Per ciò che riguarda infatti la leva e il verricello egli fonda tutti i suoi ragionamenti sulla dimostrazione, data da Archimede, del principio della leva nei libri sugli equiponderanti che egli cita più volte. Delle proposizioni in quelli dimostrate da Archimede, egli si serve pure nelle considerazioni relative alla condizione d'equilibrio di un grave che possa rotolare lungo un piano inclinato.

La sua trattazione delle taglie, che costituisce uno dei capitoli più interessanti e meglio conservati dell'opera, è invece basata sulla considerazione diretta delle tensioni delle funi e della ripartizione del peso d'un grave che penda contemporaneamente da più tratti paralleli di una stessa fune che attraversa alternativamente degli anelli (2) infissi nel corpo da sostenere e in un supporto fisso.

Il principio, finalmente, di cui Erone si serve per spiegare il modo d'agire del cuneo e della vite (la quale egli concepisce come un cuneo attorcigliato e mosso senza intervento di percossa: σφὴν εἰλημενος ἀπολειπόμενος τῆς πληγῆς Pappo Collect.) non ha affatto rapporto con quelli applicati nei due casi precedenti e coincide in sostanza con quello che abbiamo visto stare a base della trattazione nel *de Ponderibus*. Egli fa dipendere la diversa attitudine, che hanno cunei di forma diversa, ad allargare una data fenditura entro la quale siano spinti, dal solo fatto che varia per essi l'allargamento che la detta fenditura subisce in corrispondenza a un determinato avanzamento del cuneo (nel senso della forza che agisce sulla sua base), e

---

(1) La stessa opinione gli è espressamente attribuita da Pappo: ἀποδέδοται δὲ ὑπὸ του Ἥρωνος καὶ Φίλωνος καὶ διότι αἱ προειρημέναι δυνάμεις εἰς μιὰν ἀνὰγονται φύσιν καίτοι παρὰ πολὺ διαλλάσσουσαι τοῖς σχήμασι (Pappo, *Hultsch.*, 1113).

(2) Le dimostrazioni di Erone su questo soggetto sonó quindi immuni dal difetto rilevato da Cartesio in quelle di Guidubaldo del Monte e di Galileo (*Ridiculum est rationem vectis adhibere velle in trochlea quod Guidius Ubaldus si recte memini sibi persuasit.* Cartesii, *Epistol.*, Vol. IV, Amstelodami 1683).

trae da ciò la conclusione che il rapporto tra le forze necessarie per fendere un corpo per mezzo, rispettivamente, di due cunei di diverso angolo, è uguale al rapporto inverso dei tratti pei quali essi devono penetrare, nel corpo da fendere, onde gli orli della spaccatura da essi prodotta si discostino d'un tratto determinato.

Il chiaro concetto che Erone si faceva dell'influenza che, sulla determinazione dell'intensità della forza occorrente a vincere una data resistenza, hanno i maggiori o minori spostamenti che subiscono i punti al cui moto la resistenza si oppone, in corrispondenza a un dato spostamento (nella direzione della forza stessa) del punto a cui la forza è applicata, trova occasione di manifestarsi, in modo ancor più caratteristico, sulla soluzione che egli dà della seguente questione, che figura tra i 17 problemi (1) alla cui trattazione è dedicato uno degli ultimi capitoli del Βαρούλκος:

Perchè quando vogliamo rimuovere dalla sua posizione verticale un filo di cui l'estremo superiore è fisso e dal cui altro estremo pende un grave, e cerchiamo a tale scopo di spostare mediante uno sforzo diretto in senso orizzontale, un punto del filo stesso, dobbiamo impiegare tanto maggior sforzo quanto più tale punto è scelto in vicinanza all'estremo fisso del filo?

Erone risponde che quanto più il punto del filo che si vuol spostare, è lontano dal corpo sospeso tanto più questo è costretto a sollevarsi in corrispondenza a un determinato spostamento del punto stesso, il che egli dimostra con semplici considerazioni geometriche, paragonando le due posizioni che viene a prendere l'estremo inferiore del filo quando due dei suoi punti vengano rispettivamente a subire uno stesso allontanamento dalla verticale passante pel punto di sospensione. Egli conchiude da ciò, per usare le sue parole: che dovendo il corpo esser maggiormente sollevato quando il

---

(1) Molti di questi problemi (non però quello che citiamo) sono letteralmente riprodotti da quelli che si trovano nel Μηχαν. Προβλ. di Aristotile. Ciò fu già osservato dal Carra de Vaux. Si noti che Aristotile non è mai citato nell'opera di Erone.

punto è più vicino all'estremo fisso, è naturale che per portarlo più in alto occorra una forza maggiore che per portarlo meno alto [a parità, s'intende, di spostamento del punto a cui si applica la forza da cui il peso è sollevato] poichè per portarlo in luogo più alto occorre maggior tempo [cioè occorre far muovere il suddetto punto per un tratto più lungo].

Ma se il principio che stabilisce la dipendenza tra l'intensità della forza adoperata per ottenere un risultato meccanico determinato e il tratto che, sotto la sua azione, deve percorrere il punto al quale essa si applica, non è adoperato da Erone, come mezzo di spiegazione, che pel caso di due sole tra le macchine semplici, egli non manca di far rilevare come non solo per ciascuna di queste, ma anche per qualsiasi meccanismo che si possa immaginare come composto dalla combinazione di un numero qualunque di esse, quello stesso principio si verifica. Tra i numerosi passi del Βαρούλκος nei quali questa idea è chiaramente espressa, mi basterà citare i seguenti:

Nel capitolo 3° del Libro II, dopo aver descritto un ordigno per sollevare i pesi, costituito da una serie di ruote dentate mosse da un verricello, aggiunge: Questo strumento, e tutte le altre macchine di gran forza che gli somigliano, sono lente [a produrre gli effetti voluti] perchè quanto più è debole la potenza in paragone del peso da sollevare tanto più è lungo il tempo che il lavoro richiede).

Nel capitolo seguente, a proposito d'un meccanismo composto d'una serie di taglie, ripete ancora la stessa osservazione e inoltre, ciò che è assai importante a notare, riconnette la maggior lentezza nel funzionamento delle taglie di maggior potenza al fatto che in esse essendo più numerosi i tratti di fune per effetto della cui tensione il grave è sollevato, deve diminuire in proporzione l'accorciamento che ognuno di essi subisce in corrispondenza a un dato cammino del punto sul quale agisce il motore (1).

---

(1) Cfr. " Journal Asiatique ,, 1893, vol. 2°, p. 269.